• ruch w układach nieinercjalnych; • praca, definicja ogólna, obliczenia; • energia potencjalna, definicja ogólna, obliczenia; • zasada zachowania energii

1. Pasażer windy wjeżdżającej w górę ze stałym przyspieszeniem $a = 0.5\ \mathrm{m/s^2}$ upuścił w pewnym momencie monetę. Zapisz równania ruchu spadającej monety: a) w układzie inercjalnym, z punktu widzenia obserwatora będącego na Ziemi, b) w układzie nieinercjalnym związanym z windą.
   Zrób szkic. Oznacz z - oś w ukł. inercjalnym, z' w nieinercjalnym; przypominam: równania ruchu to równania dla przyspieszenia $\frac{dv}{dt} = ...$ i prędkości $v = ...$ w danym układzie odniesienia, wynikacjące z II zas. dyn.

2. Motocyklista jedzie z prędkością $36\frac{km}{h}$ po okręgu. Jaki jest najmniejszy promień okręgu, po którym może jechac bez wywrotki, jeśli współczynnik tarcia $\mu = 0.4$? Pod jakim kątem musi sie odchylić?

3. Znaleźć prędkość wody w rzece, płynącej na północnej półkuli w kierunku zgodnym z południkiem, jeśli na tej szerokości geograficznej ($\phi = 60^o$) każdy metr sześcienny wody działa na wschodni brzeg tej rzeki siłą bezwładności Coriolisa równą $F = 0.1\ N$. Przyjąć gęstość wody za znaną. W którym kierunku, na północ czy nas południe płynie rzeka?
   Ziemia jest układem nieinercjalnym ze względu na ruch obrotowy z prędkością kątową $\vec{\omega}$ (wzdłuż osi południe – północ). Wzór na siłę Coriolisa wektorowo: $\vec{F_c} = -2m\,\vec{\omega} \times \vec{v}$.

4. a) Praca. a) Kiedy możemy do obliczania pracy użyć wzoru $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$, a kiedy nie? b) Podaj ogólny wzór, dobry do obliczania w dowolnym przypadku.

5. Na poziomym stole spoczywa łańcuch o masie M i długości L_o . Jego część o długości L zwisa swobodnie ze stołu. Do łańcucha przyłożono poziomą siłę, która powoli wciągnęła cały łańcuch na stół. Jaka praca została wykonana jeśli współczynnik tarcia wynosi μ?
   Rozpatrując siłę nacisku łańcucha na stół należy uzasadnić, że wynosi ona Mg (M to cała masa, a nie część, która aktualnie spoczywa na stole).

6. Energia potencjalna. a) Podaj przykłady pola sił, dla którego na pytanie ile wynosi energia potencjalna nie należy odpowiadać $E_p = mgh$? b) Podaj definicję energii potencjalnej w ogólnym przypadku i wzór z którego należy ją obliczać. c) Zachowawcze pole sił. Czym się cechuje? Podaj przykład pola niezachowawczego.

7. Obliczyć pracę jaką wykonamy rozciągając sprężynę (powoli, aby równoważyć w każdym momencie siłę sprężystości równą $F = -kx$, x – odległość od położenia równowagi) o 10 cm od położenia równowagi. Współczynnik sprężystości $k = 350\ \mathrm{N/m}$. Jaką pracę wykona siła sprężystości? Jaką energię potencjalną uzyska sprężyna?

8. Na ciało poruszające się wzdłuż osi x działa siła odpychająca $F = kx,\ k = const > 0$.a) Znaleźć energię potencjalną $E_p(x)$, przedstawić ją na wykresie oraz zapisać jak wyraża się dla tego przypadku prawo zachowania energii. b) Uzasadnić, że taki ruch jest ruchem w otoczeniu punktu równowagi nietrwałej.

9. Pole grawitacyjne: $\vec{F}(r) = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r} = m\,\vec{g}(r)$.
   Masa M (przyjmijmy, że jest punktowa) wytwarza pole grawitacyjne. Pokaż, że po to aby przemieścić wolno masę m z punktu nieskończenie odległego od M do punktu odległego od niej o r musimy wykonać pracę $-G\frac{Mm}{r}$. Ta praca to zmiana energii potencjalnej $\Delta E_p = E_p(r) - E_P(\infty)$ masy m. Wygodnie przyjąć $E_p(\infty) = 0$, wtedy $E_p(r) = -G\frac{Mm}{r}$. Proszę narysować wykres $E_p(r)$.

10. Znaleźć wzór na energię potencjalną masy m znajdującej się w polu grawitacyjnym, wytworzonym przez kulistą masę M (o promieniu R i stałej gęstości), w odległości r od jej środka, dla $r > R$ oraz $r < R$. Ile wynosi ta energia w punkcie $r = 0$? Sporządzić wykres $E_p(r)$.
    Proszę przyjąć, że w przypadku $r < R$ zewnętrzny płaszcz masy M nie ma znaczenia i we wzorze na siłę działającą na m należy wstawić masę M', która jest wewnątrz sfery o promieniu r.

11. Pokaż, że szkolny wzór na zmianę energii potencjalnej w polu siły ciężkości $\Delta E_p = mgh$, jeśli h jest dużo mniejsze od promienia Ziemi, wynika z ogólniejszego wzoru, uwzględniającego zmienność siły grawitacji.

12. Pole sił określone jest następująco: $F_x = 2Axy,\ F_y = A(x^2 - y^2)$, gdzie A - stała.
a) Jak sprawdzić czy to pole jest zachowawcze?
b) Sprawdź

13. Na Ziemi lekkoatleta skacze o tyczce na wysokość 5 m. Jaki promień musiałaby mieć planeta, na której skoczek wykonując tę samą pracę co na Ziemi, oderwałby się od planety i poszybował w przestrzeń bezpowrotnie? Gęstości Ziemi i planety przyjąć jednakowe.

14. Energia potencjalna pewnej dwuatomowej molekuły wyraża się wzorem: $E_p(r) = \frac{A}{r^6} - \frac{B}{r^4}$, gdzie r jest odległością wzajemną atomów molekuły, a A i B są stałymi dodatnimi.
a) Oblicz siłe, z którą atomy oddziaływują na siebie (posłuż się zależnością $\vec{F} = -\mathrm{grad}\, E_p(r) = -\frac{dE_p}{dr}\hat{r}$), określ czy jest ona przyciągająca, czy odpychająca. Zbadaj czy są punkty równowagi, jeśli tak, to dla jakich r i jaka jest to równowaga.
b) Uzasadnij, posługując sie wykresem $E_p(r)$ stwierdzenie, że ruch atomów w molekule jest ruchem drgającym jeśli całkowita energia (która się nie zmienia) jest mniejsza od zera; czy jest to ruch harmoniczny? Co będzie jeśli całkowita energia będzie dodatnia?
c) Jak znaleźć przedział $r_1 < r < r_2$, dla którego ruch jest możliwy przy założeniu, że całkowita energia molekuły jest równa połowie wartości minimum energii potencjalnej.

15. Osoba o masie 55 kg biegnie po schodach do góry, wznosząc się 0 4.3 m co 3 sekundy. Jaką moc musi zużywać?

16. Znaleźć pracę potrzebną do przeniesienia ciała o masie 5 ton z powierzchni Ziemi w przestrzeń międzyplanetarną.

17. Jaką minimalną pracę należy wykonać, aby przewrócić sześcian o masie 5 kg i krawędzi 10 cm z jednej ściany na drugą?

18. Z najwyższego punktu na powierzchni kuli o promieniu R ześlizguje się bez tarcia punktowa masa m. W którym miejscu i z jaką prędkością oderwie się ona od kuli? Przyjąć prędkość początkową równą zero.

19. (Zadanie nadobowiązkowe.) Obliczyć czas wypływu cieczy nielepkiej i nieściśliwej ze stożkowego lejka przez otwór o promieniu n-krotnie mniejszym niż promień powierzchni cieczy w chwili t=0. Założyć, że $n \gg 1$. Początkowa wysokość słupa cieczy wynosi H.

Wskaz.: korzystając z prawa zachowania energii ułożyć równanie opisujace prędkość obniżania się poziomu cieczy.