Informatyka Ir., grupa 8 15 maja 2020 **wskazówki do zestawu (10b)**

Uzupełnienia.
1. Prawo Gaussa dla pola wektorowego: całkowity strumień wektora pola przechodzący przez dowolną powierzchnię zamkniętą jest wprost proporcjonalny do źródeł pola (ładunków, mas, ...) zawartych wewnątrz powierzchni. Dla pola elektrycznego

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{wewn}}{\varepsilon_o}.$$

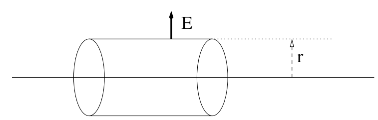
O całce powierzchniowej poczytaj w abc... całkowanie.pdf i o strumieniu pola w analiza_wektorowa.pdf.

2. Prawo Gaussa jest doskonałym narzędziem gdy rozkład pola wykazuje określoną symetrię. Pod kątem tej symetrii dobieramy powierzchnię zamkniętą Gaussa. Przykładowo dla sferycznej symetrii będzie to sfera, dla osiowej walec zamknięty denkami prostopadłymi do osi, dla pola wytworzonego przez jednorodnie naładowaną płaszczyznę może być walec. Strumień oblicza się całkując (sumując) po całej powierzchni elementy $d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$. Kluczem do sukcesu jest to, aby na wybranej powierzchni te elementy były zerowe ($\vec{E}$ i $d\vec{S}$ prostopadłe) albo $\vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS$ ($\vec{E}$ i $d\vec{S}$ równoległe), a w tym ostatnim przypadku aby dodatkowo wartość wektora $\vec{E}$ była stała na całym fragmencie powierzchni.

3. Bezpośrednią konsekwencją zastosowania prawa Gaussa jest opisanie faktu znikania pola elektrostatycznego ($E = 0$) wewnątrz przewodnika. Ładunek gromadzi się na powierzchni przewodnika, wewnątrz przewodnika nie ma źródel pola.

ad 1.
Zamknij półsferę denkiem i do takiej powierzchni zamkniętej zastosuj prawo Gaussa.

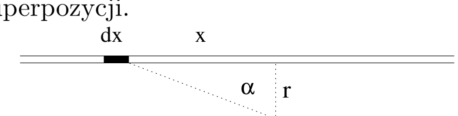
ad 2.
Przykładowe rozwiązanie dla pkt. a).
Niech λ będzie gęstością liniową ładunku na pręcie. Wybieramy powierzchnię Gaussa jak na rysunku. Ta powierzchnia składa się z pobocznicy walca S_1 zamkniętej dwoma denkami S_2, S_3. Z symetrii wynika, że $\vec{E}$ jest prostopadłe do pręta i E jest jednakowe dla danego r. Strumień przez oba denka walca jest zerowy.



Kolejne kroki: $\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} E \cdot dS = E \int_{S_1} dS = 2\pi r l E.$

Z prawa Gaussa: $2\pi r l E = \dfrac{\lambda l}{\varepsilon_o} \longrightarrow E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}$. Jak wygląda wykres $E(r)$?

Wariant rozwiązania metodą superpozycji.



Ładunek jest rozłożony wzdłuż osi x, elementarny ładunek oznaczmy $dq = \lambda dx$. Obierzmy punkt P, w którym chcemy znaleźć E, jego odległość od osi oznaczmy r. Niech zero osi x będzie na wprost tego punktu. Liczymy: $\vec{E}(d) = \int d\vec{E} = \int_{-\infty}^{\infty} k\frac{\lambda dx}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$, gdzie $\vec{r}$ jest wektorem łączącym punkt P z aktualnym położeniem elementarnego ładunku na osi x. Całkowanie jest po x, ale korzystnie jest przejść na całkowanie po kącie nachylenia $\vec{r}$ względem x.

odpowiedź pkt. c): $E = 0$ dla $r < r_1$ i $r > r_2$; $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ pomiędzy okładkami.

ad 5.
zasada zachowania energii

ad 6.
Wskaz.: rozpatrzyć na początku elementarą pracę dW którą należy wykonać aby przenosząc ładunki z nieskończoności utworzyć na ładunku o promieniu r ($r < R$) sferyczną warstwę ładunku o grubości dr).

ad 7.
– zastanów się jak wyglądają powierzchnie ekwipotencjalne?
– dobrze byłoby też rozważyć jak wyglądają gęstości powierzchniowe obu kul